

Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет
Кафедра гидроаэродинамики

Отчёт по вычислительной лабораторной работе №4

Дисциплина: Численные методы гидродинамики

Тема: Расчёт пограничного слоя, развивающегося на плоской пластине

Выполнил студент гр. 5037/1 А. В. Игнатьев

Принял преподаватель, асс. Н. Г. Иванов

«___» _____ 2010 г.

Задание

Выполнить расчёт ламинарного течения и теплообмена несжимаемой жидкости, обтекающей гладкую плоскую пластину. Для динамического пограничного слоя провести анализ влияния типа граничного условия, ставящегося на удалении от стенки, на получаемое решение. Выполнить сопоставление полученных результатов с автомодельным решением уравнений пограничного слоя (задача Блазиуса). Для температурного пограничного слоя провести сопоставление с автомодельным решением для разных значений числа Прандтля.

Постановка вычислительной задачи

Расчётная область представляет собой прямоугольный блок, вдоль нижней стенки которого расположена пластина единичной длины; область начинается за 0,1 единицу до начала пластины и имеет толщину 0,25. На входной границе справа задаётся скорость $V=1$ вдоль пластины, на выходной слева – давление $P=0$ (все величины безразмерные). Фактически, в задаче рассматривалось обтекание тонкой пластины безграничным направленным вдоль неё потоком (вариант (а) с заданным на верхней кромке давлением $P=0$) и прохождение потока через решётку таких пластин с шагом 0,5 (вариант (б) с заданным на верхней кромке условием симметрии). Число Рейнольдса $Re = 1000$. Для случая (а) были смоделированы эффекты теплообмена при заданной температуре пластины $T=1$ (температура потока на входе $T=0$) для двух чисел Прандтля: 0,71 (соответствует воздуху при н. у.) и 4,34 (вода при 40°C).

Анализ результатов

Поля скоростей для двух случаев и поле давлений для случая (а) изображены на рис. 1. Пунктиром на том же рисунке показана толщина пограничного слоя по формуле Блазиуса $\delta \approx 5x/\text{Re}_x^{1/2}$, где $\text{Re}_x = Vx/\nu$, x отсчитывается от края пластины.

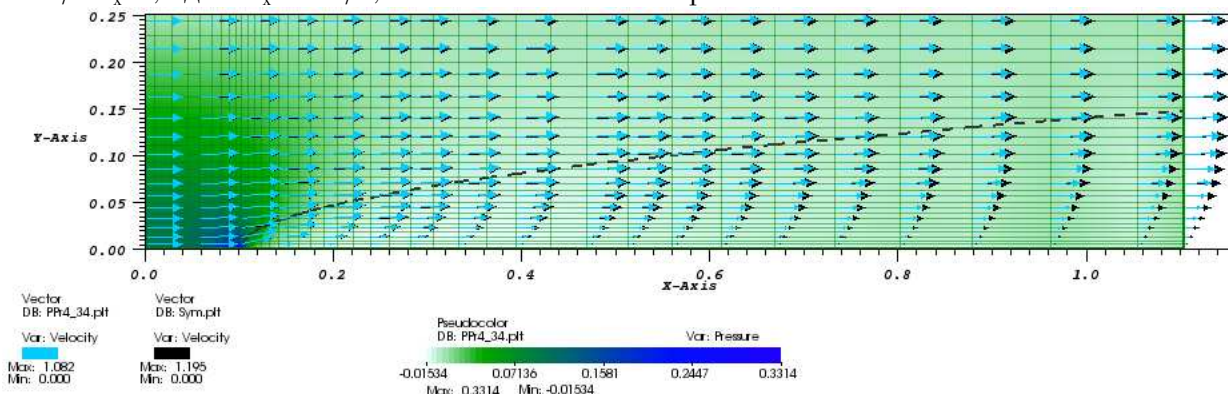


Рис. 1. Расчётная область с полями скоростей для случаев (а, б) и давления для случая (а)

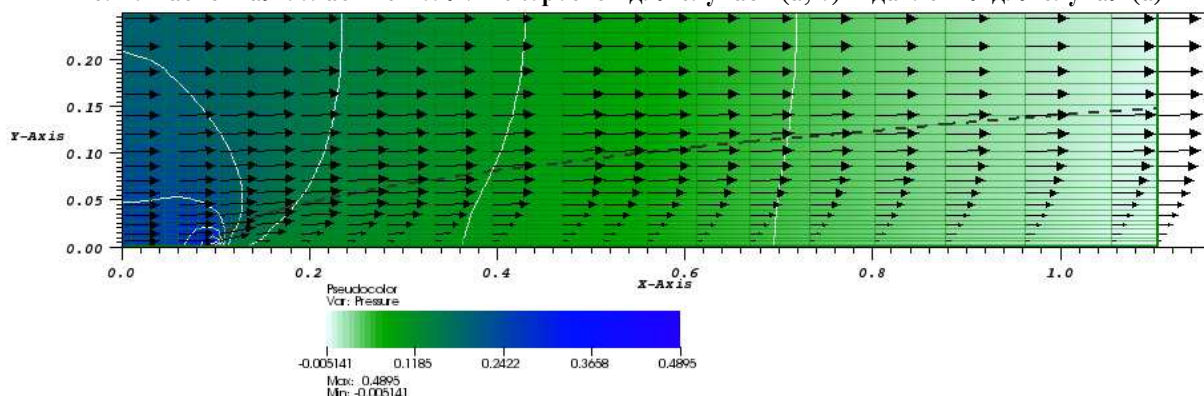


Рис. 2. Поля давления и скорости в случае (б)

В случае (а) давление мало отклоняется от нуля, поскольку задано на верхней границе, в случае (б) падает по длине канала (ситуация аналогична рассмотренной в работе 1). Перед пластиной поток вблизи её оси ударяется о медленно движущиеся перед ним пограничные слои, что обуславливает локальный рост давления, и поворачивает. В дальнейшем давление у пластины ниже, чем на удалении от неё (энергия давления жидкости в пограничном слое затрачивается на преодоление трения); графики давления по высоте для сечения $x=0,7$ области показаны на рис.3. В целом профили скорости (рис.4) в обоих случаях похожи, хотя в случае (а) часть жидкости вытесняется пограничным слоем за верхнюю границу и скорости потока внутри области падают, тогда как в случае (б) скорость в центре сечения растёт.

Толщиной пограничного слоя по численному расчёту можно считать величину δ_{99} — расстояние от пластины до точки, где скорость составляет 0,99 скорости на границе области (т. е. на бесконечности для одиночной пластины и в центре канала для решётки). Расчёт для пяти сечений представлен в таблице 1. Видим, что толщина слоя получилась меньше, чем по формуле Блазиуса, хотя общий характер её роста сохранился.

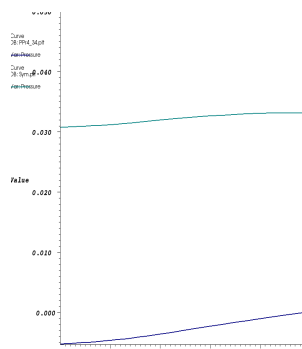


Рис. 3. Графики давления при $x = 0,7$

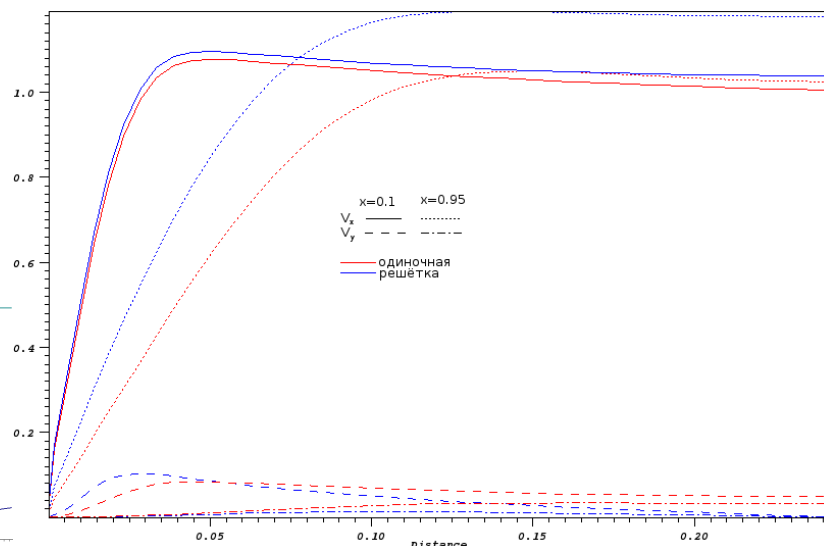


Рис. 4. Профили скоростей в двух сечениях

Т а б л и ц а 1 . Результаты расчётов динамики потока в различных сечениях

сечение x	случай	скорость на верх. гр. $V_x _{y=0,25}$	толщина пограничного слоя		коэффициент трения c_f	
			δ по ф-ле Блазиуса	δ_{99} по числ. расчёту	по ф-ле Блазиуса	по числ. расчёту
0,1	(а)	1,004	0,050	0,0309	0,066	0,084
	(б)	1,018		0,0306		0,089
0,2	(а)	1,007	0,071	0,0461	0,047	0,058
	(б)	1,033		0,0426		0,067
0,5	(а)	1,015	0,112	0,0779	0,030	0,035
	(б)	1,122		0,0765		0,049
0,75	(а)	1,020	0,137	0,1010	0,024	0,028
	(б)	1,156		0,0940		0,043
0,95	(а)	1,023	0,154	0,1210	0,022	0,024
	(б)	1,174		0,1050		0,038

Были также получены значения коэффициента трения на стенке (рис. 5). Они получились выше теоретических (формула Блазиуса $c_f = 0,664/\text{Re}_x^{1/2}$), особенно на начальном участке со сложным характером течения. При этом вариант с одиночной пластиной на удалении от начала сошёлся с теорией (построенной для свободного обтекания пластины) с хорошей точностью, а в варианте (б) трение выше примерно в 1,5 раза.

Для случая (а) были промоделированы эффекты теплообмена. Температурное поле изображено на рис. 6 для воздуха ($\text{Pr}=0,71$) и воды ($\text{Pr}=4,34$). Температурный пограничный слой может быть оценен по области 99% перепада температур (т. е. график δ_{T99} – это изолиния $T = 0,01$).

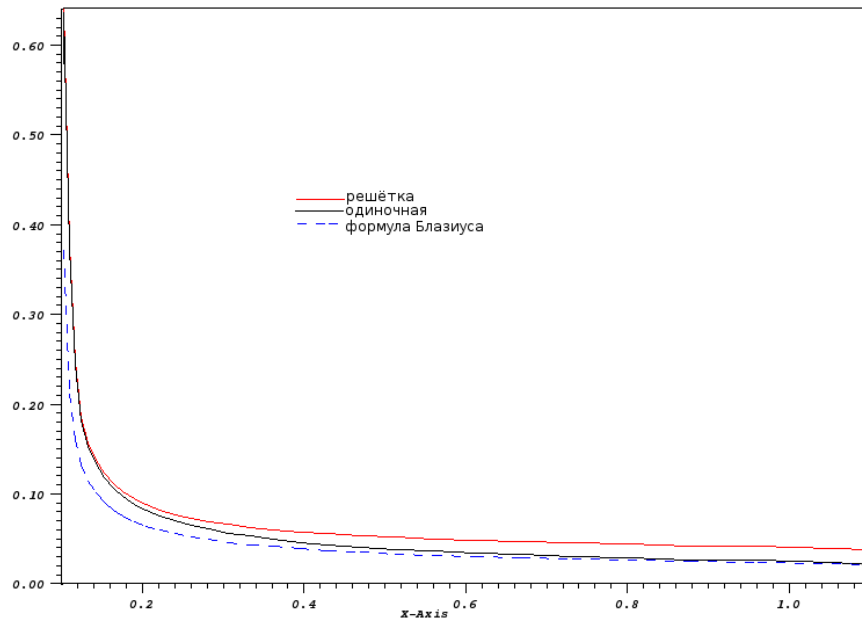


Рис. 5. Коэффициент трения на пластине

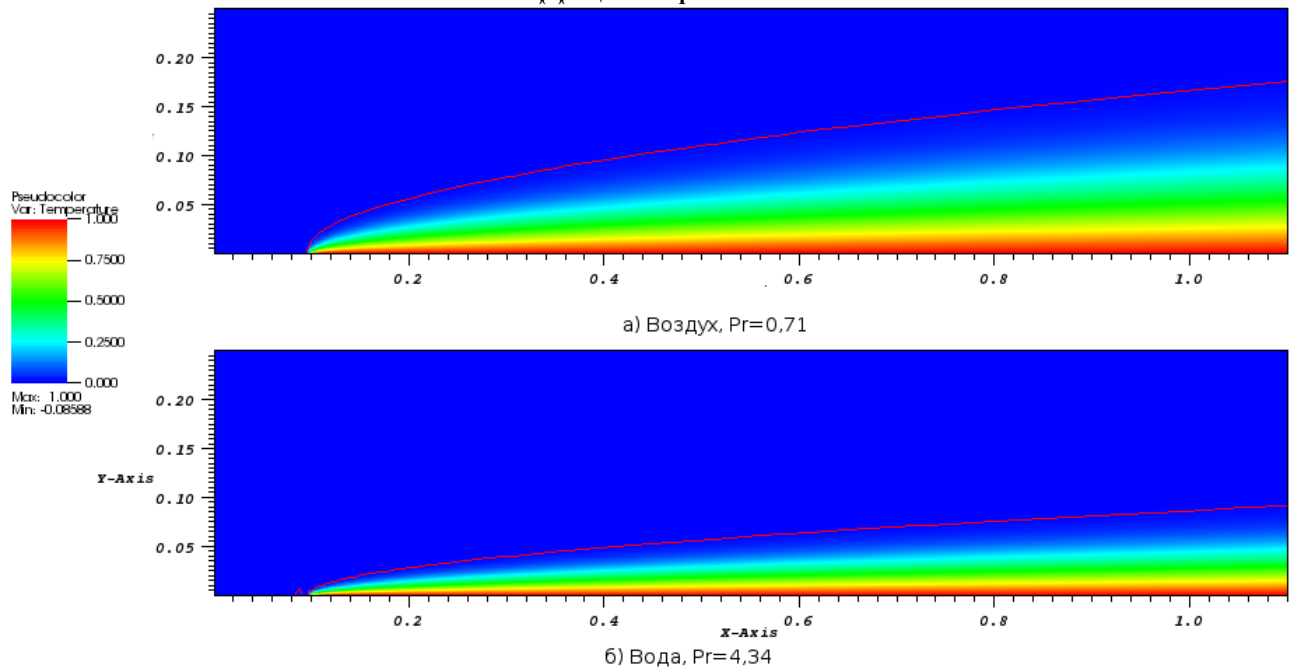


Рис. 6. Температурные поля и тепловой пограничный слой

Очевидно, что при большем числе Прандтля (показывающем соотношение между уровнями конвективного и кондуктивного переноса тепла) пограничный слой утолщается медленнее. Теоретическое соотношение между толщиной теплового и динамического пограничных слоёв

$$\frac{\delta_{T99}}{\delta_{99}} = 0,977 / Pr^{0,33} = \begin{cases} 1,09, & Pr = 0,71 \\ 0,602, & Pr = 4,34 \end{cases}$$

Результаты расчётов приведены в таблице 2. Тепловой пограничный слой был также отнесён к динамическому теоретическому, рассчитанному по формуле Блазиуса, при этом получено лучшее (особенно для воздуха) совпадение с теорией.

Т а б л и ц а 2 . Тепловой пограничный слой при обтекании одиночной пластины

сечение x	Pr	толщина пограничного слоя			соотношение		тепловой поток Nu	
		тепловое δ_{T99}	динамич. δ_{99}	динамич. теор. δ	δ_{T99}/δ_{99}	δ_{T99}/δ	теор.	числ. расч.
0,1	0,71	0,0551	0,0309	0,050	1,78	1,10	29,62	41,35
	4,34	0,0276			0,89	0,55	54,15	56,42
0,2	0,71	0,0771	0,0461	0,071	1,67	1,09	20,94	29,25
	4,34	0,0391			0,85	0,55	38,29	40,05
0,5	0,71	0,1229	0,0779	0,112	1,58	1,10	13,25	18,22
	4,34	0,0628			0,81	0,56	24,22	24,97
0,75	0,71	0,1509	0,1010	0,137	1,49	1,10	10,82	14,68
	4,34	0,0775			0,77	0,57	19,77	20,11
0,95	0,71	0,1714	0,1210	0,154	1,42	1,11	9,61	13,15
	4,34	0,0886			0,73	0,58	17,57	18,02

Также был рассчитан безразмерный удельный тепловой поток через пластину (т. е. число Нуссельта Nu, вычисленное по длине пластины, рис. 7) и сравнён с критериальной формулой

$$Nu = (L/x) \cdot 0,332 Pr^{0,33} Re_x^{1/2}.$$

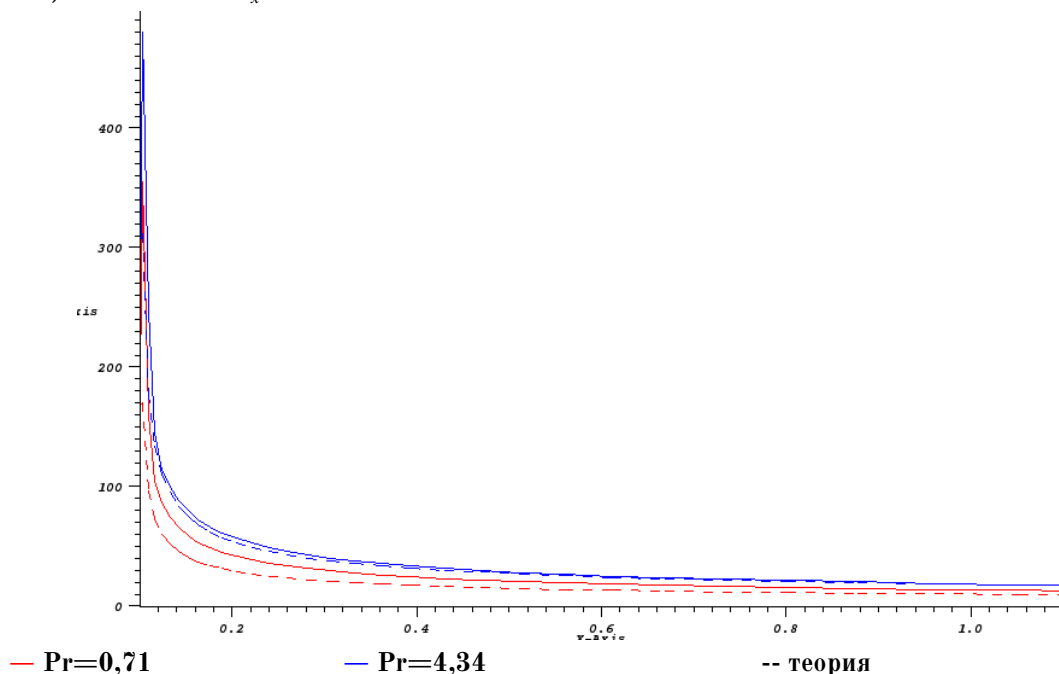


Рис. 7. Тепловой поток от пластины (локальное число Нуссельта по L)

Выводы

В ходе работы было исследовано ламинарное течение вблизи плоской пластины и сквозь решётку пластин, тепловые и динамические пограничные слои. Значительные расхождения между расчётной толщиной динамического пограничного слоя и теорией можно объяснить

принципиальной приближённой формулы Блазиуса: при её выводе принимается, что $\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} = 0$ (допустимо только при достаточно тонком слое), что профиль скорости равномерен при входе на пластину и монотонно изменяется по y . В действительности при входе происходит вытеснение ближних к пластине слоёв жидкости, так что профиль на начальном участке не монотонен (см. рис. 4) и пограничный слой заметно сжат. Тем более сжатым он получается у пластины в решётке, где даже при нулевой тощине пластин поток стеснён пограничными слоями. В то же время влияние этих эффектов на теплообмен не так значительно, и тепловой пограничный слой более точно поддерживает теоретические соотношения толщины (1,09 для воздуха и 0,602 для воды) с толщиной динамического слоя, найденной по формуле Блазиуса (см. табл. 2). Коэффициент трения и тепловой поток (рис. 5 и 7 соответственно) из-за искажений при входе получаются больше теоретических при малых x и далее приближаются к теории; при этом трение выше на решётке из-за большей неравномерности профиля скорости сжатого потока.