

Санкт-Петербургский государственный  
политехнический университет  
Кафедра гидроаэродинамики

## Отчёт по вычислительной лабораторной работе №5

Дисциплина: Численные методы гидродинамики

Тема: Свободноконвективный пограничный слой  
на вертикальной нагретой пластине

Выполнил студент гр. 5037/1 ..... А. В. Игнатьев

Принял преподаватель, асс. .... Н. Г. Иванов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2010 г.

### Задание

Выполнить расчёт ламинарного течения, вызванного эффектами плавучести вблизи вертикальной нагретой пластины, для трёх различных чисел Прандтля.

### Постановка вычислительной задачи

Расчётная область представляет собой прямоугольный блок, среднюю треть левой границы которого (являющейся линией симметрии) занимает пластина. На остальных трёх сторонах блока задано нормированное давление  $P=0$  и температура жидкости, которая может через них поступать,  $T=0$ ; пластина нагрета до  $T=1$ .

Течение определяется двумя безразмерными параметрами – числами Грасгофа  $Gr = g\beta\Delta Th^3/\nu^2$  и Прандтля  $Pr = \nu/\alpha$ . Если принять масштаб скорости  $V_s = \sqrt{g\beta\Delta Th}$ , то число Рейнольдса будет выражено как  $\sqrt{Gr}$ . При постановке задачи задавались  $Re=10^3$ , т. е.  $Gr=10^6$ , и три значения  $Pr$ : 0,025 (ртуть), 0,7 (воздух) и 4 (вода).

Расчёт производим в приближении Буссинеска: массовая сила (направленная против оси  $y$ ) пропорциональна локальному перепаду температуры.

### Анализ результатов

Поля температур, скоростей и давлений изображены на рис. 1 и 2 (длины векторов скорости отложены в логарифмическом масштабе). Особенностью динамического пограничного слоя при свободной конвекции является то, что пристенная заторможенная зона переходит в зону максимальных скоростей. Очевидно, чем больше число Прандтля, тем тоньше вблизи пластины тепловой и динамический пограничный слой, тем резче он выражен и тем меньше в целом нагрев и разгон жидкости.

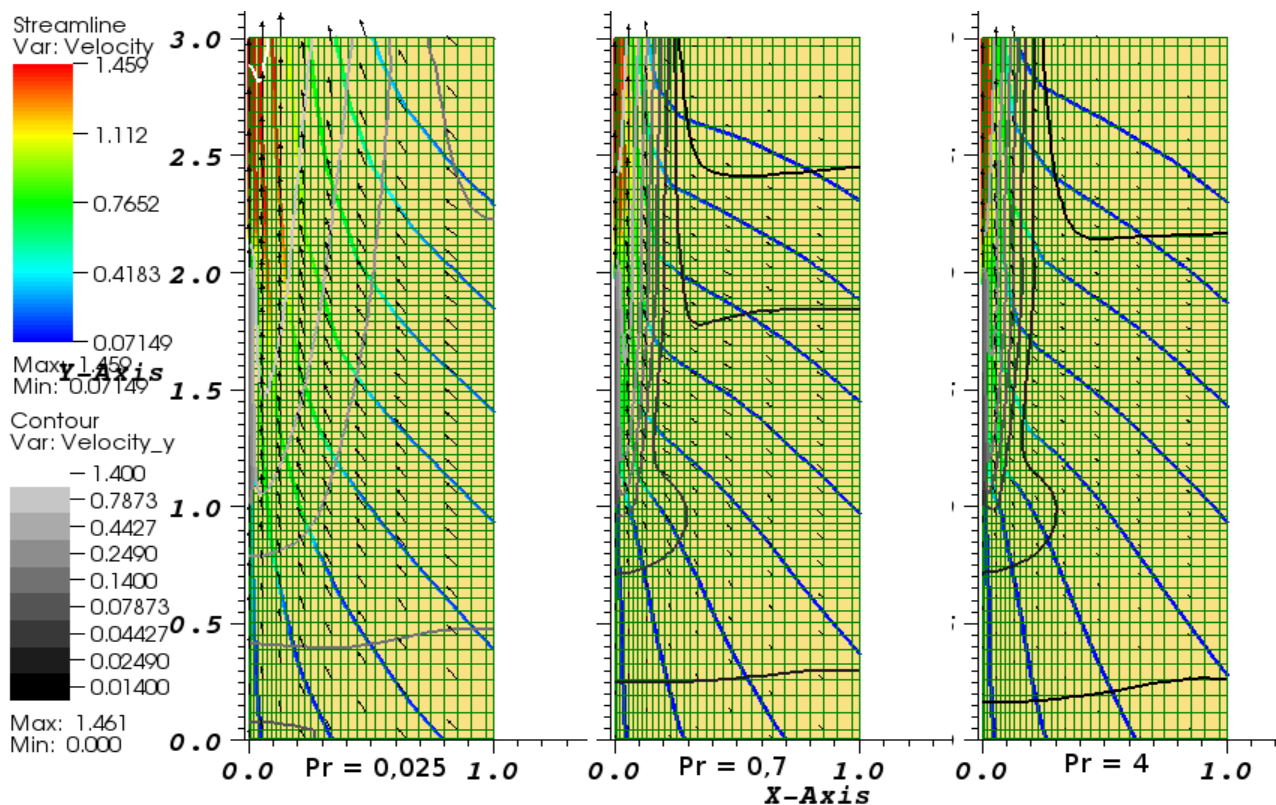


Рис. 1. Векторные поля скорости и линии тока; изолинии вертикальной компоненты скорости

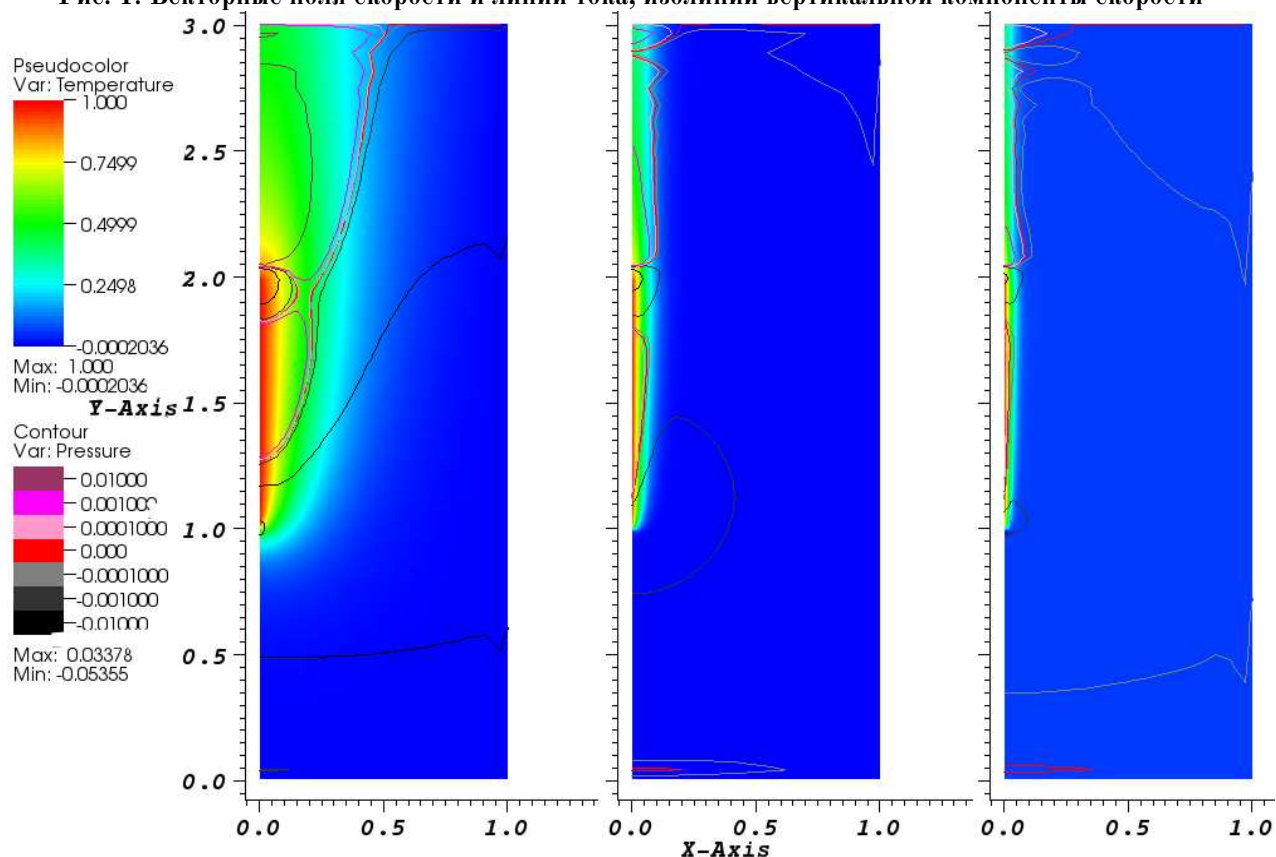


Рис. 2. Поля давления и температуры

За пластиной виден провал давления, вызванный отрывом пристенного динамического пограничного слоя (жидкость, тормозившаяся у стенки трением, разгоняется). При этом температура жидкости, поднимающейся от стенки, снижается за счёт теплообмена с окружающими слоями. Теплообмен тем относительно интенсивнее, чем меньше  $Pr$ , но толщина нагретого слоя имеет обратный

характер зависимости, потому профили температуры за пластиной отличаются при равных  $Gr$  в основном масштабом по ширине.

Профили вертикальной скорости и температуры в сечениях области на расстоянии 0,1, 0,5 и 0,9 от низа пластины показаны на рис. 3. Видим, что профили температур имеют вид функций с убывающими по мере удаления от пластины значением и градиентом, отличающихся начальным наклоном (чем выше, тем он меньше) и приближающихся к нулю в примерно одной для данного  $Pr$  точке (см. табл.): глубина прогрева пристенного слоя уравнивается его ускорением и, соответственно, утончением. Скорости около стенки аналогичным образом с высотой увеличиваются, однако на удалении от неё вертикальная компонента с высотой несколько уменьшается (основной разгон эта часть жидкости получает от начальной зоны, где расход пограничного слоя быстро растёт).

Был также подсчитан коэффициент теплоотдачи на пластине. В данной задаче его можно представить в безразмерном виде как число Нуссельта по высоте пластины  $Nu = yq_w/\Delta T$ . Для случая  $Pr=0,7$  автомодельным решением будет  $Nu_{\text{auto}} = 0,359Gr_y^{1/4}$ , где  $Gr_y = Gr \cdot y^3$  – локальное число Грасгофа. Для всех случаев можно также применить эмпирическую формулу

$$Nu_{\text{emp}} = 0,6 \left( 1 + \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{Pr}} \right)^2 \right)^{-1/4} Pr^{1/4} Gr_y^{1/4}.$$

Результаты численного расчёта и кривые, построенные по данным формулам, приведены на рис. 4.

## Выводы

В ходе работы было исследовано ламинарное обтекание вертикальной плоской пластины в процессе свободной конвекции. В поле скоростей видны две области: пограничная, где скорости имеют преимущественно вертикальное направление и достигают максимума, и более удалённая от пластины, где движение жидкости в сторону восходящего потока медленное и наклонное (рис. 1). Характер теплообмена на пластине достаточно хорошо согласуется с теоретической и эмпирической формулами, заметно отклоняясь от них только у краёв (рис. 4). Безразмерные тепловые потоки меньше при меньших  $Pr$ , хотя нагрев жидкости больше, поскольку нагрев пропорционален приблизительно  $Nu/Pr$ , т. е. примерно  $Pr^{-0,75}$ .

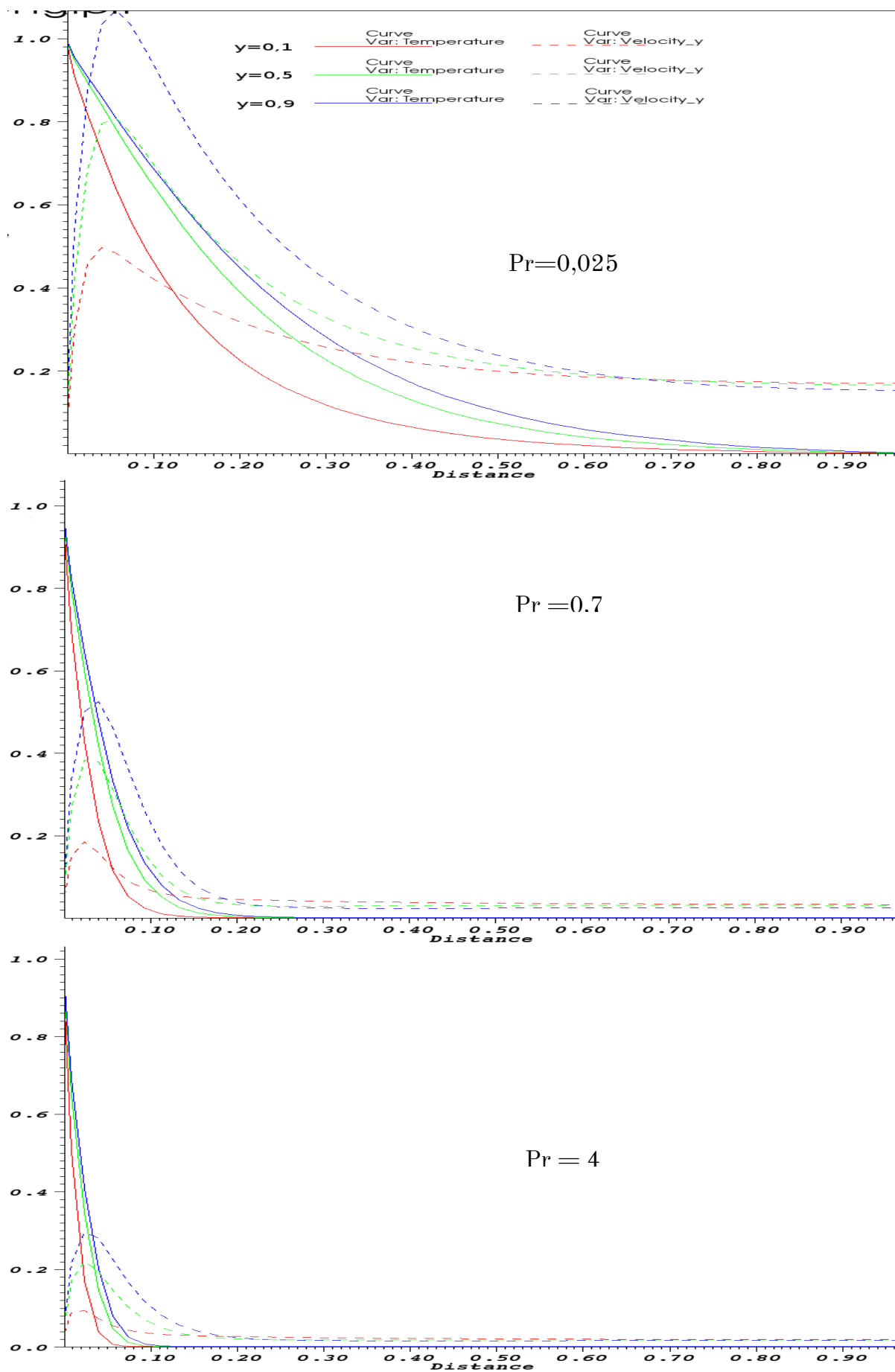


Рис. 3. Профили скорости и температуры в различных сечениях

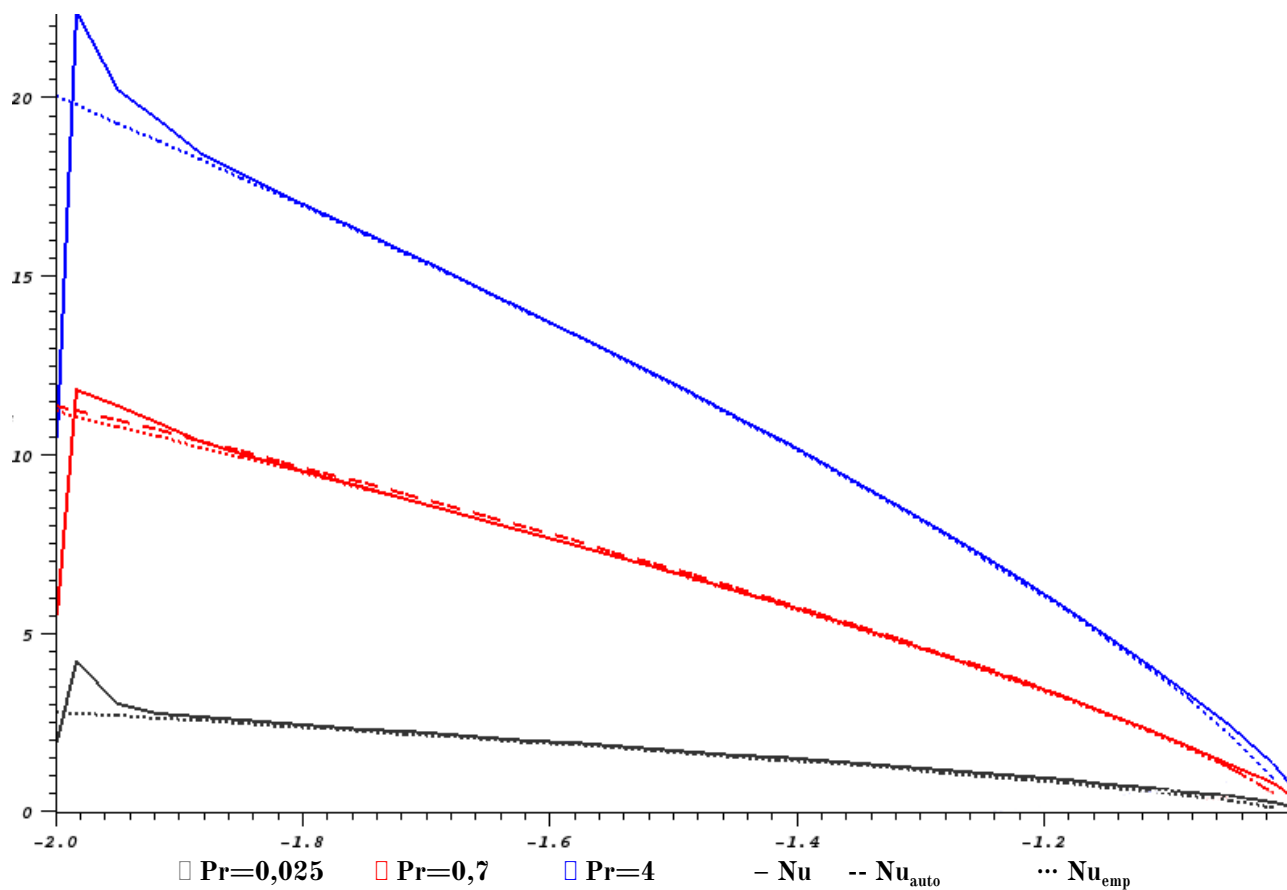


Рис. 4. Коэффициент теплоотдачи на пластине

Т а б л и ц а . Некоторые параметры конвективного потока при различных Pr

Pr	0,025	0,7	4
Абсолютный максимум скорости	1,461	0,9564	0,6415
Толщина теплового пограничного слоя (по 99% $\Delta T$ при $y=0,9$ )	0,85	0,19	0,089
Толщина динамического пограничного слоя (по 99% $V_{y(x=1)}/V_{y_{\max}} _{y=0,9}$ )	0,773	0,233	0,236
Средний коэффициент теплоотдачи $Nu=h\langle q_w \rangle / \Delta T$	4,19	15,19	27,17